



北海道大学

不完全データによる光音響CTにおける音源分布推定の精度評価

及川 裕 北海道大学大学院工学院
富岡 智 北海道大学大学院工学研究院

2013年9月6日

研究背景

光音響効果

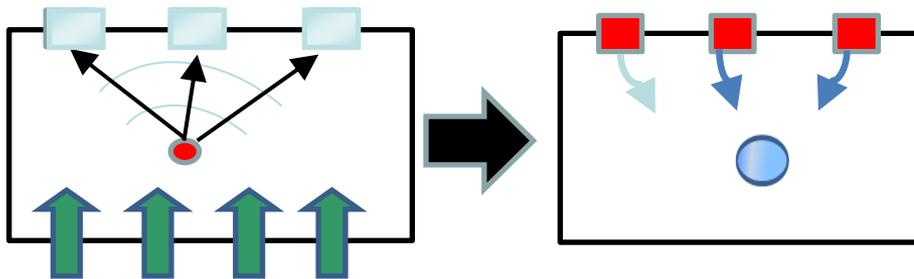
生体組織にパルス状の光を照射することで瞬間的に組織が熱膨張を起こし、音響波を発生する現象

光音響CT

光音響効果を用いた非侵襲イメージング法

1. パルス状の光を入射
→熱吸収源から熱膨張率に依存した光音響波(音波)が発生
2. 周囲に配置したセンサーにより音響波を計測
3. 音響波を逆解析することで領域内の熱吸収源を同定する

→ 3次元イメージングが可能



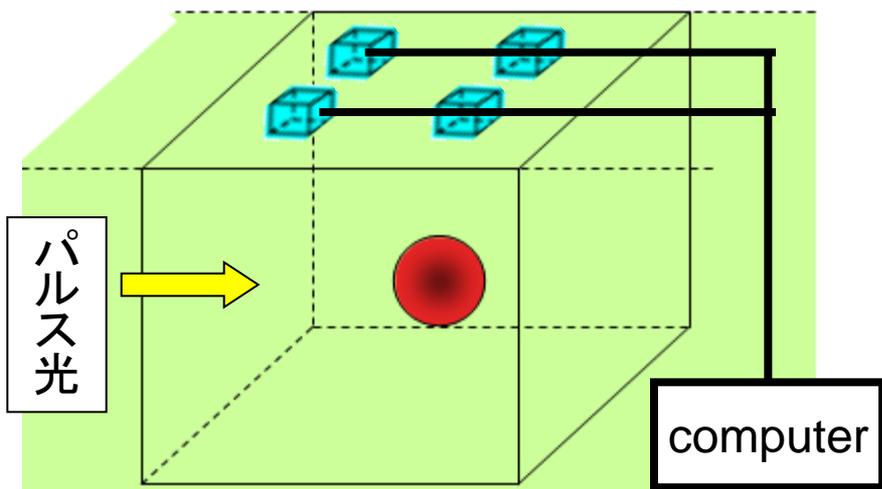
パルス光

センサーの配置する場所や数に制限がある場合、逆解析の精度が悪い(悪条件)



・悪条件に対して**逐次近似法**を適応させる

解析モデル

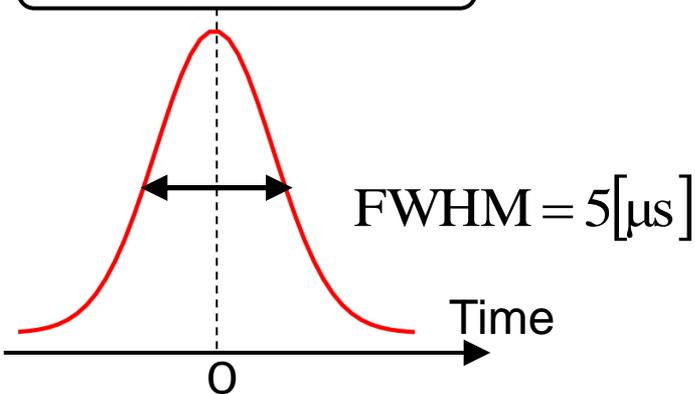


 : センサー

 : 熱吸収源(音源)

- ・20cm × 20cm × 20cmの検査領域
- ・検査領域内に1つの球状熱吸収源を配置
([球音源直径] = 4cm)
- ・センサーの時間刻み: $\Delta t = 1[\mu\text{s}]$
- ・センサーは検査領域の一面のみに設置
(計測点は $0.01[\text{個}/\text{cm}^2]$ 計4点
 $0.023[\text{個}/\text{cm}^2]$ 計9点)

励振信号



”Universal back-projection algorithm for photoacoustic computed tomography” (2005年) では計測点は約 $5600[\text{個}/\text{cm}^2]$ 計約200万点

順解析による模擬信号

光音響効果における支配方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \right) P(\mathbf{r}, t) = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\mathbf{r}, t)$$

観測点での音圧: $P_d(\mathbf{r}, t)$

$$P_d(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') P_o(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial t'} I_e(t') dV' dt'$$

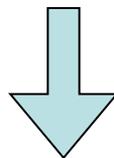
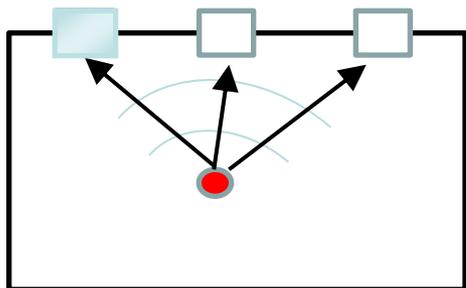
三次元波動方程式のグリーン関数: $G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t')$

$$G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \delta\left(t'-t + \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right)$$

$$P_d(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} P_o(\mathbf{r}') \frac{dI_e(t')}{dt'} \delta\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c} - (t'-t)\right) dt' dV'$$

$$H(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) I_e(t)$$

$H(\mathbf{r}, t)$: 加熱関数
 $P_o(\mathbf{r})$: 初期音圧分布
 $P_d(\mathbf{r}, t)$: センサー信号
 $A(\mathbf{r})$: 光吸収係数
 C_p : 比熱
 β : 熱膨張係数
 $I_e(t)$: 励振信号



$$P_d(\mathbf{r}, t) = L[P_o(\mathbf{r}')]]$$

逆解析による推定初期音圧分布

初期音圧分布: $P_o(\mathbf{r})$

$$P_o(\mathbf{r}') = \int_{\Omega_o} \left\{ 2P_d(\mathbf{r}, \bar{t}) - 2\bar{t} \frac{\partial P_d(\mathbf{r}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} \right\} \frac{d\Omega_o}{\Omega_o}$$

$$\longrightarrow P_o(\mathbf{r}') = L^{-1}[P_d(\mathbf{r}, t)]$$

離散値を用いた近似式

$$P_o^{(b)}(\mathbf{r}') = \frac{\sum \Delta\Omega_i \cdot b(\mathbf{r}_i, \bar{t} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'|)}{\sum \Delta\Omega_i}$$

$$b(\mathbf{r}, \bar{t}) = 2P_d(\mathbf{r}, \bar{t}) - 2\bar{t} \frac{\partial P_d(\mathbf{r}, \bar{t})}{\partial \bar{t}}$$

$$\Delta\Omega_i = \frac{\Delta S_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \left[\mathbf{n}_o \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right]$$

$$\longrightarrow P_o^{(b)}(\mathbf{r}') = {}^*L^{-1}[P_d(\mathbf{r}, t)]$$

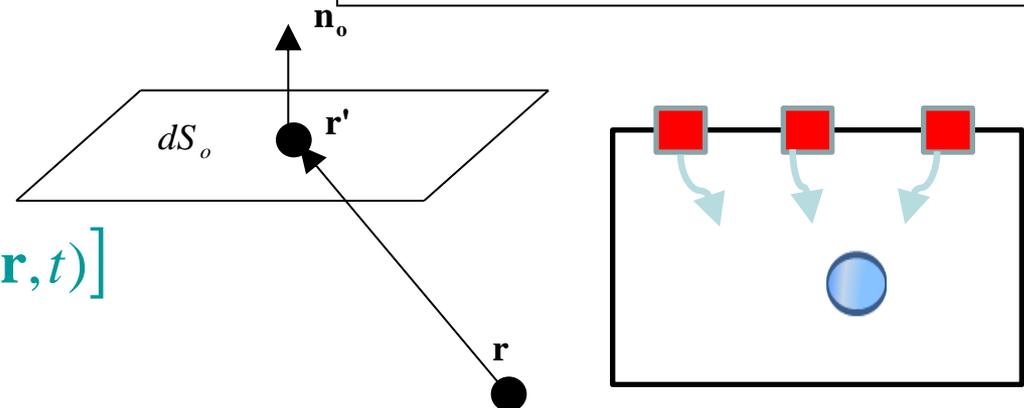
光音響効果における支配方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \right) P(\mathbf{r}, t) = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\mathbf{r}, t)$$

Ω_o : 全立体角
 $d\Omega_o$: 微小立体角
 dS_o : 微小表面積

$$\bar{t} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$$

$$d\Omega_o = \frac{dS_o}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \left[\mathbf{n}_o \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right]$$



音響波の支配方程式

$$\text{波動方程式} \quad \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \right) P(\mathbf{r}, t) = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\mathbf{r}, t)$$

順解析による模擬信号: $P_d^{\text{True}}(\mathbf{r}, t)$

$$P_d^{\text{True}}(\mathbf{r}, t) = L[P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}')]]$$

逆解析による推定初期音圧分布: $P_o^b(\mathbf{r})$

$$P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}') = L^{-1}[P_d^{\text{True}}(\mathbf{r}, t)]$$



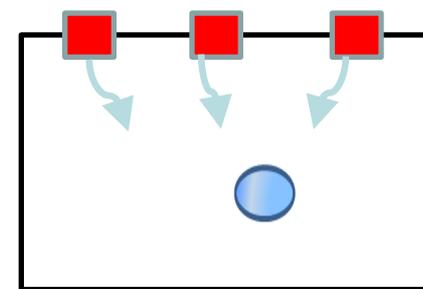
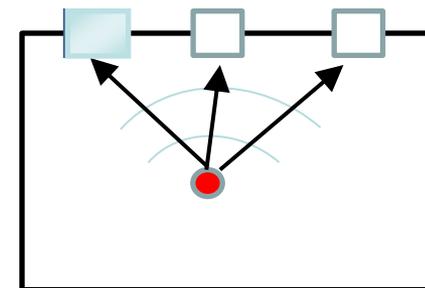
離散点、かつ、部分境界

不完全データ

$$P_o^{(b)}(\mathbf{r}') = {}^*L^{-1}[P_d^{\text{True}}(\mathbf{r}, t)]$$

一般的な改善法

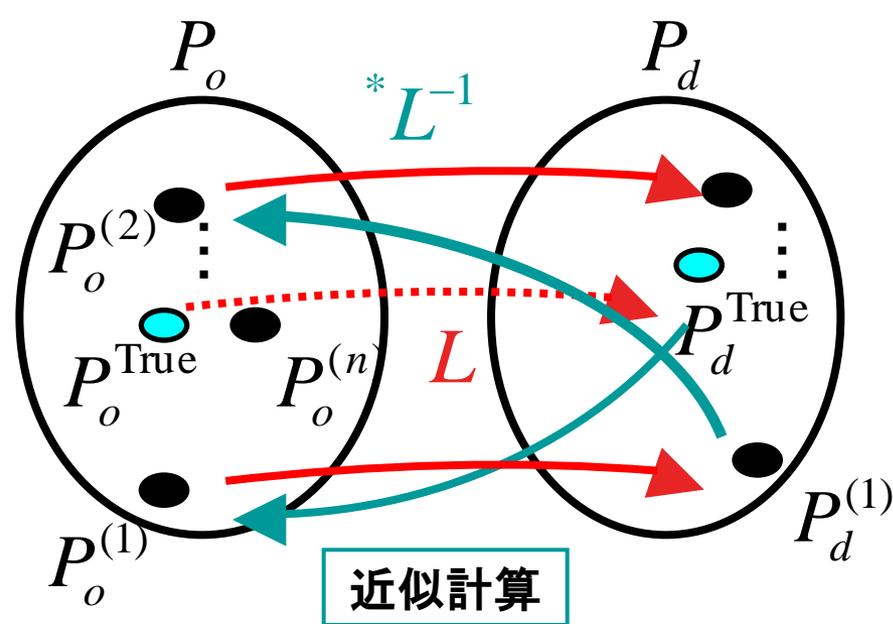
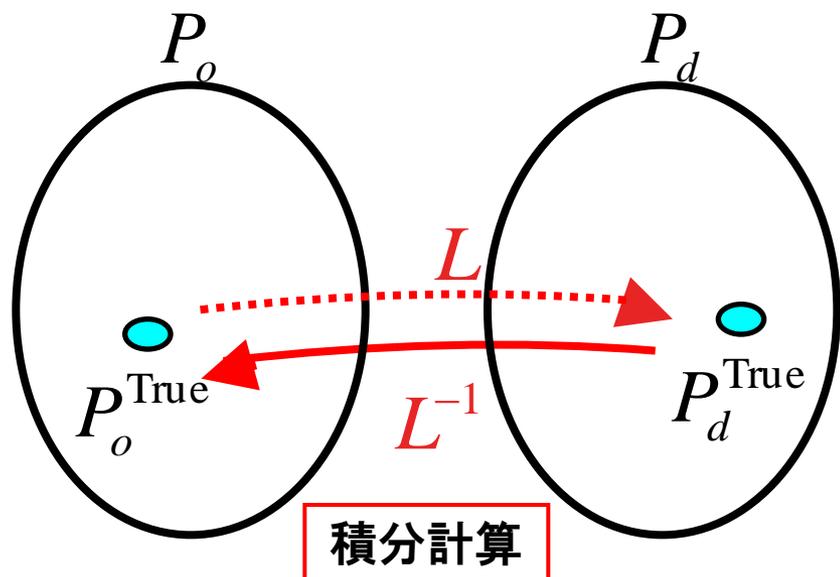
スキャンを用いることでデータ数を増やし精度を良くする



逐次近似法

逐次近似法

順解析・逆解析を繰り返し行い、解を逐次修正する手法



積分計算では一意的に変換できる。

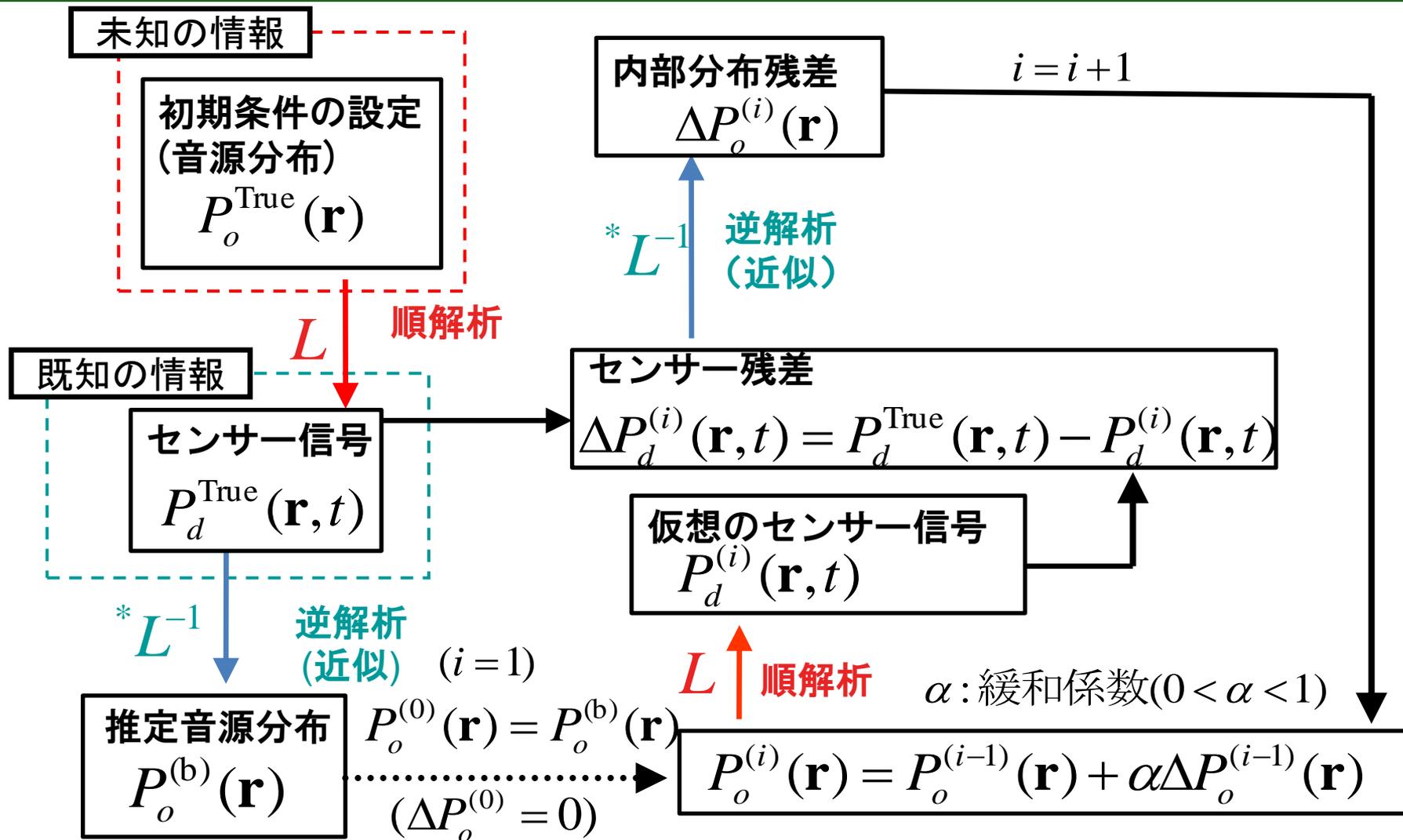
$$L(P_o^{\text{True}}) = P_d^{\text{True}} \quad L^{-1}(P_d^{\text{True}}) = P_o^{\text{True}}$$

実際は不完全データを用いるので近似計算となる。

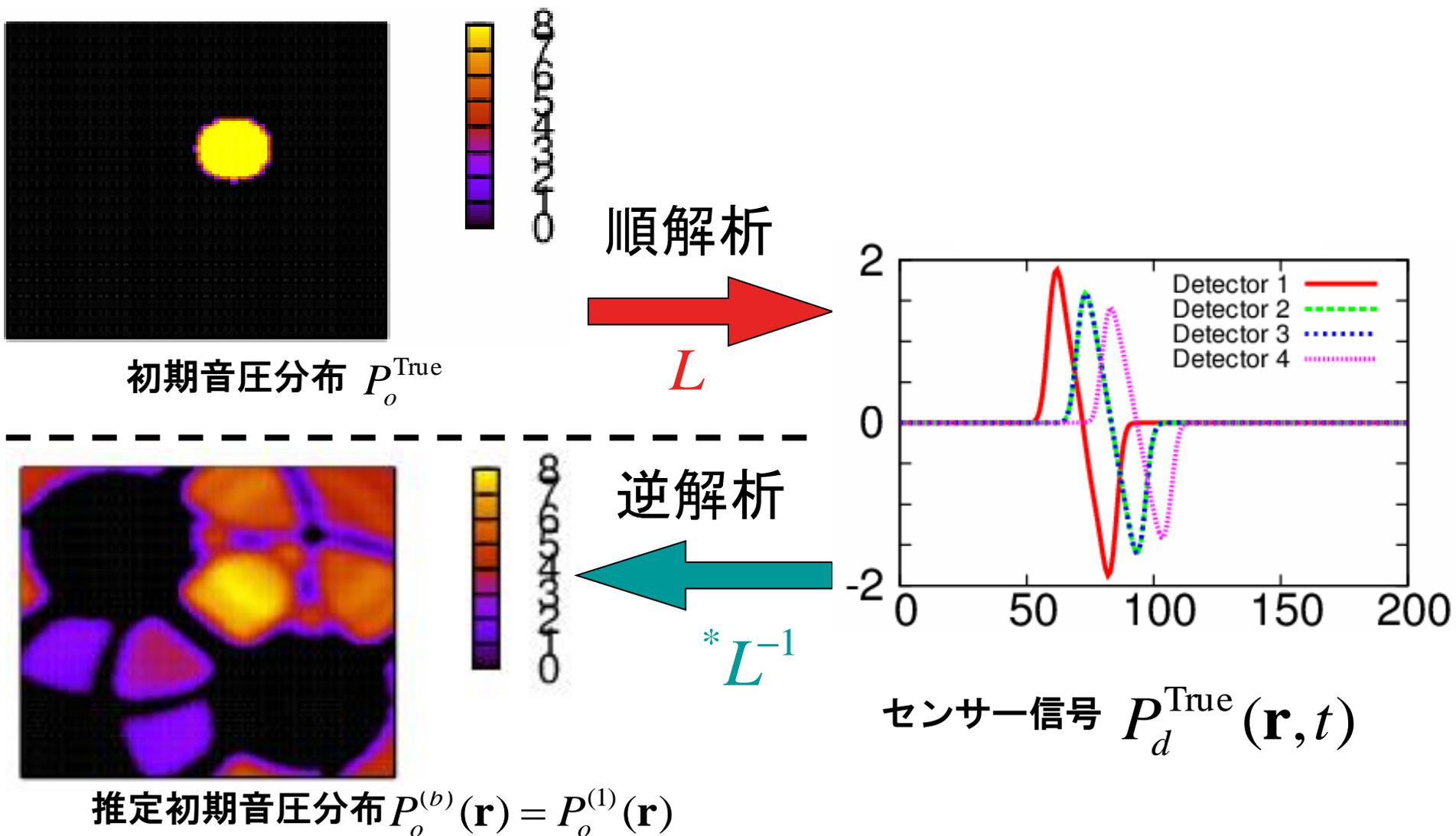
$$*L^{-1}(P_d^{\text{True}}) = P_o^{(b)}$$

* L^{-1} と L を繰り返し
解の修正をすることで
真の解に近づいていくか調べる

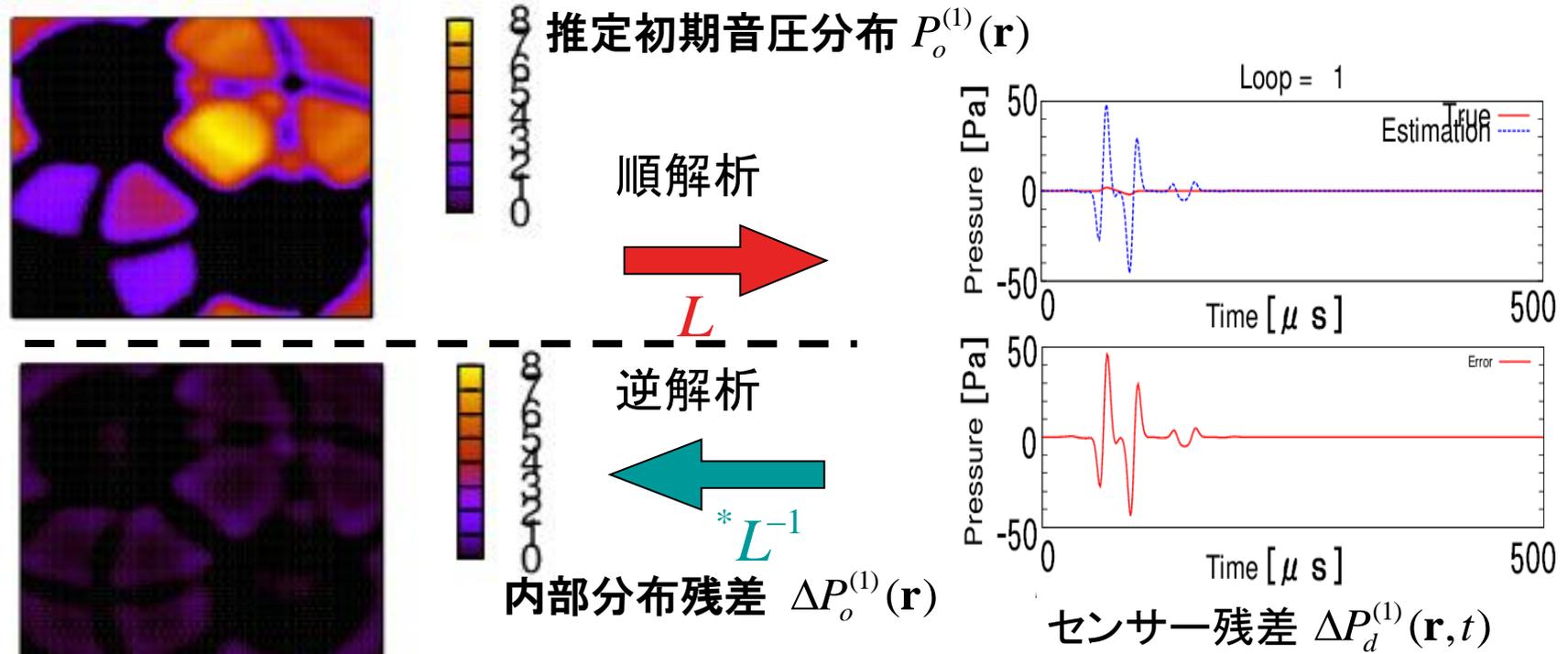
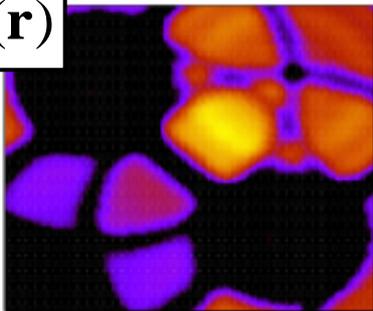
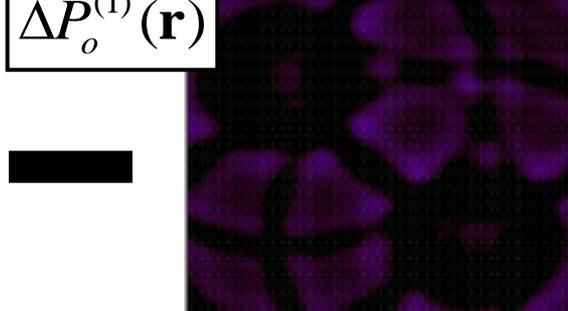
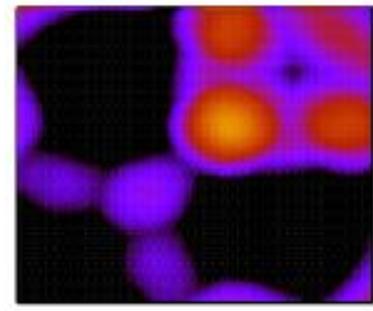
解析手順(逐次近似法)



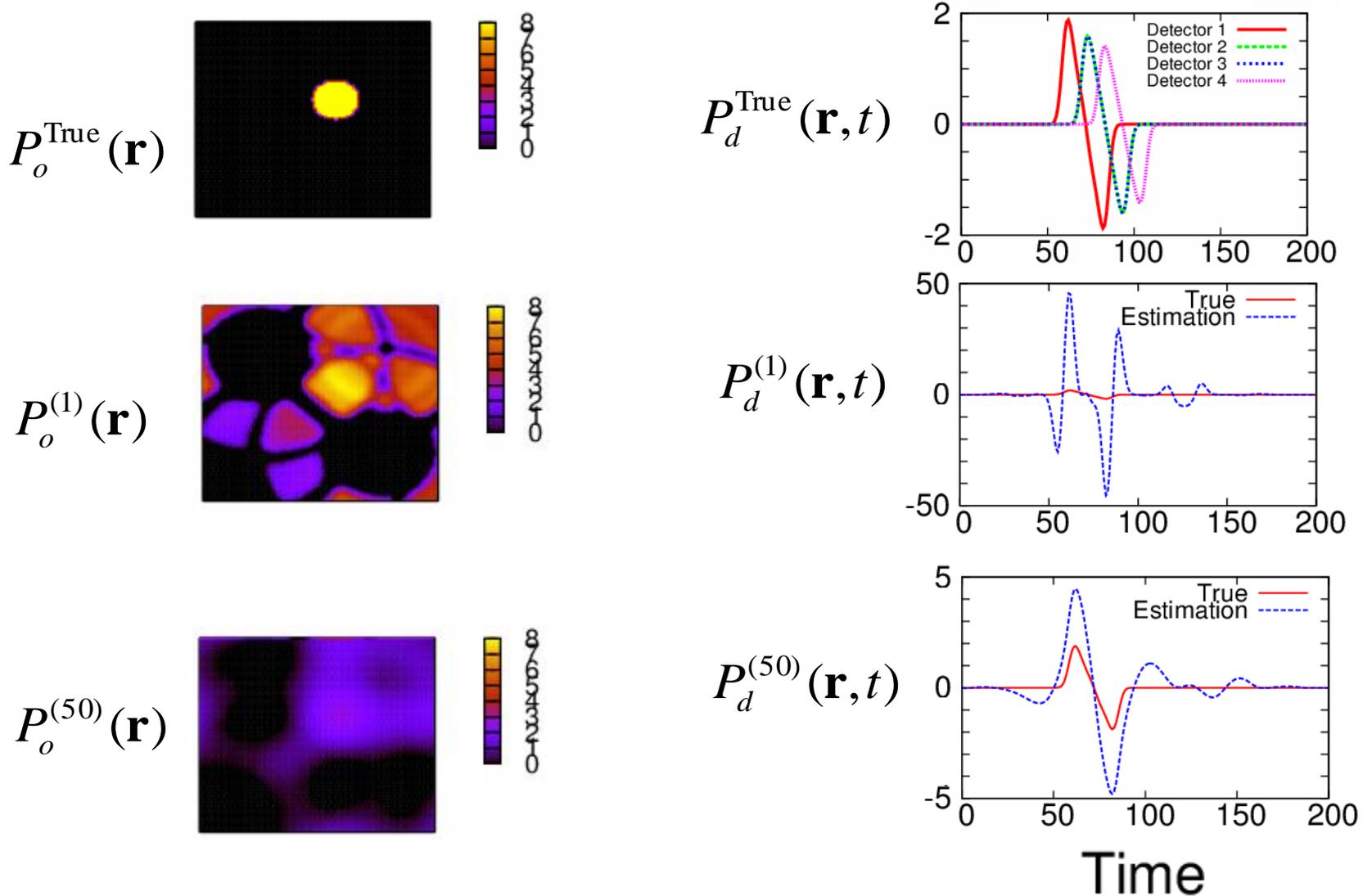
解析結果(従来解析手法)



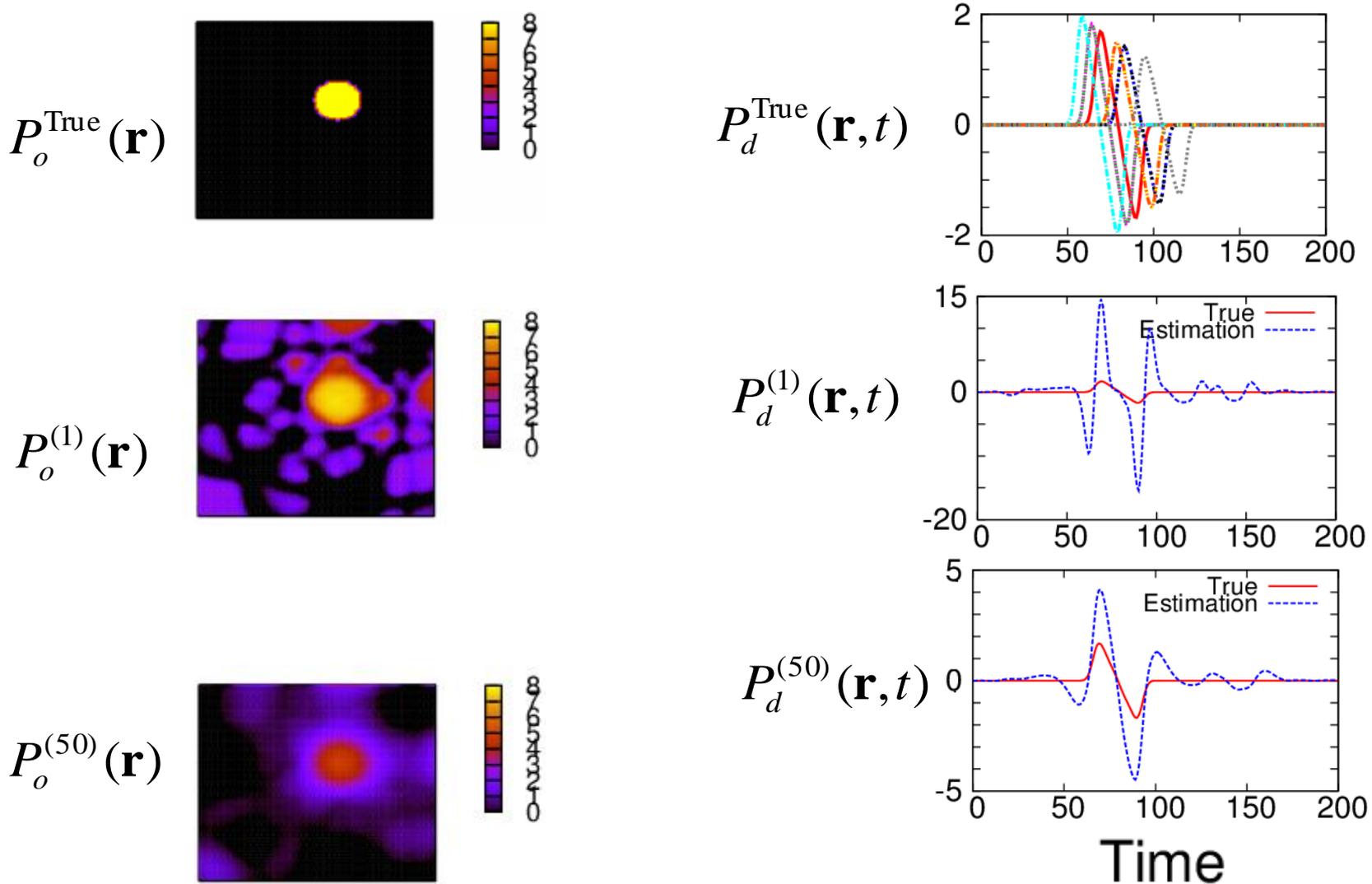
解析結果(逐次近似法を用いた修正手法)


 $P_o^{(1)}(\mathbf{r})$

 $\Delta P_o^{(1)}(\mathbf{r})$

 $P_o^{(5)}(\mathbf{r})$


修正による結果の推移 (センサー数: 4)



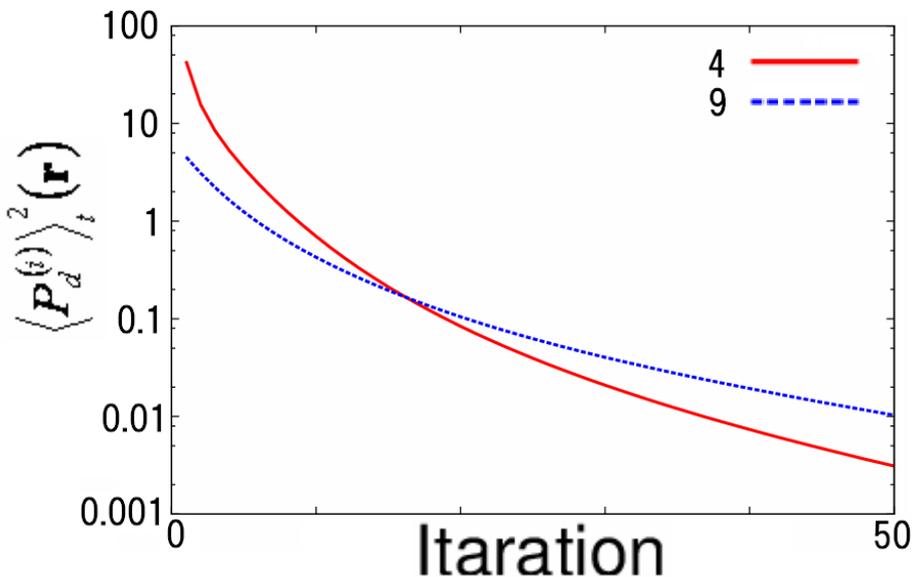
修正による結果の推移 (センサー数: 9)



音源分布推定の精度評価

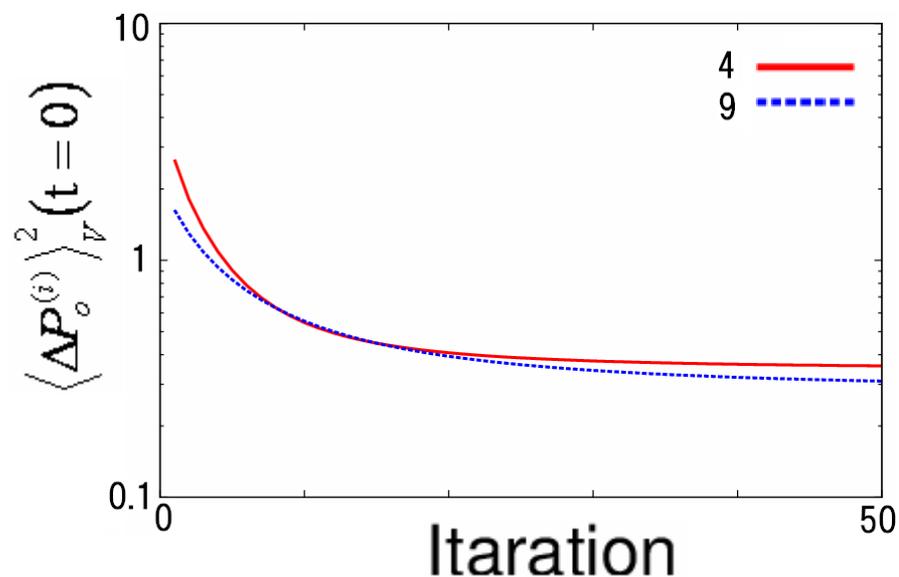
センサー信号

$$\langle P_d^{(i)} \rangle_t^2(\mathbf{r}) = \frac{\sum_m |P_d^{(i)}(\mathbf{r}, t_m)|^2}{\sum_m |P_d^{(\text{True})}(\mathbf{r}, t_m)|^2}$$



内部分布

$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_V^2(t=0) = \frac{\sum_n |P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n, t)|^2}{\sum_n |P_o^{(\text{True})}(\mathbf{r}_n, t)|^2}$$



・繰り返し修正を行うことによって……

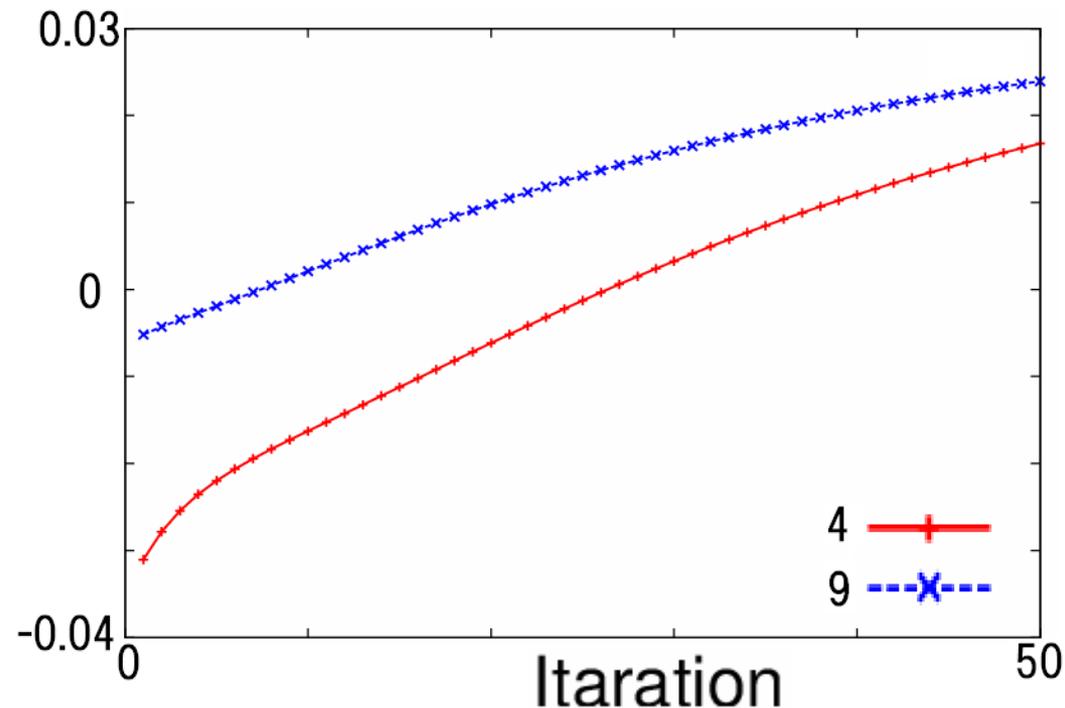
→ **センサー信号**は真の値に収束していく

→ **内部分布残差**は一定の値以下にはならない

音源分布推定の精度評価

・検査領域内における内部分布の積分値を評価

$$\left\langle \int P_o^{(\text{True})} dv \right\rangle_V = 0.0354$$



・繰り返し修正を行うことによって.....

→ **内部分布の積分値**は真の値に近づく過程が見られる

結論及び考察

結論

- ・逆解析、順解析を繰り返し行うことで推定初期音圧分布の修正が可能であるか試みた。
- ⇒ ・残差の推移を見る限り、内部分布残差は一定の値以下にはならない

今後の予定

- ・条件が厳しい → センサー数の増加
センサーの配置変更
- ・収束が遅い → 残差の緩和係数を工夫する
反復回数の増加